كشك الكلية

091-9467886

للإستاذ/ محمود لعوان

الاسم/ ابراهيم محمد المعود رقم القيد/

رقم القاعة/ رقم المجموعة/ A

صفة القيد/ العام الجامعي /

خطوات هامة للمذاكرة

- اقرأ الموضوع قراءة سريعة
- اعد هذه القراءة بتاني مع التجزئة
- استرجع الموضوع كاملاً
- حدد الكلمات الهامة بالقلم الرصاص
- حاول أن تكتب ملخصاً للموضوع
- من الضروري فهم المادة وليس حفظها
- حاول أن تمنع ذاكرتك قوة الإبصار
- ثق تماماً بأن الذاكرة هي مفعول التذكر

مع تمنياتنا للجميع بالتوفيق والنجاح

SHEE 1

إحصاء و احتمالات / تقنية المعلومات

أ. محمود كمو...

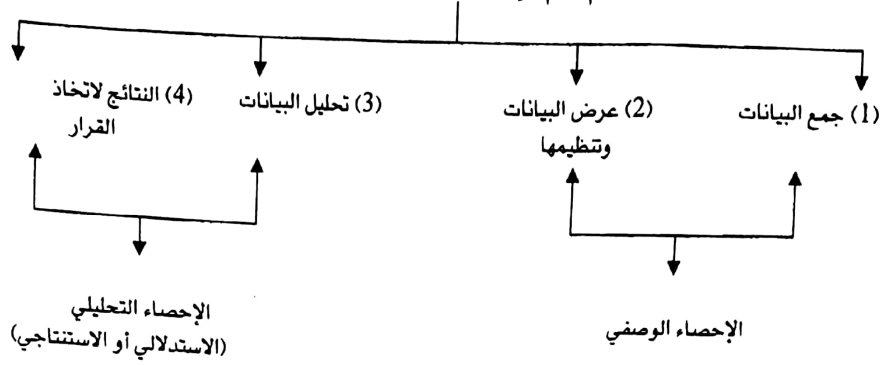
الوحدة الأولى

جمع البيانات وعرضها

محتويات الوحدة	
الرمز	الموضوع
1 – 1	مصادر جمع البيانات
1 – 2	طرق جمع البيانات
1 – 3	العينة وطرق اختيارها
1 – 4	تنظيم البيانات
1 – 5	عرض البيانات
1 – 6	أنواع المنحنيات

تعريف علم الإحصاء: مجموعة النظريات والطرق العلمية التي تبحث في جمع البيانات وعرضها وتحليلها واستخدام النتائج في التنبؤ أو التقرير واتخاذ القرار.

أقسام علم الإحصاء [الطريقة الإحصائية]



أولاً: جمع البيانات الإحصائية

وهنا يتم رصد جميع المشاهدات للتجارب التي يجريها الباحث ونحتاج هنا لمعرفة أمرين:

أولاً: ما هي مصادر جمع البيانات

ثانياً: ما هي طرق جمع البيانات

المصادر التي يمكن من خلالها جمع البيانات

المصدر الأول: المصدر المباشر: النزول للميدان وجمع المعلومات مباشرة.

المصدر الثاني: المصدر الغير مباشر: ويندرج تحت هذا المصدر كل ما يلي

أ- السجلات أو الوثائق التاريخية.

ب- الاستبيان: أوراق تحوي مجموعة بيانات تعبئ من قبل الشخص الخاضع للبحث.

ج- المقابلات الشخصية: السؤال المباشر من قبل فريق معيّن من قبل الباحث.

د- الاختبارات الخاصة: اختبارات الذكاء.

طرق جمع البيانات

أولاً: المسح الشامل: جمع البيانات من جميع عناصر المجتمع الإحصائي وتمتاز نتائج هذه الطريقة بالدقة العالية والوضوح والتفصيل والمصداقية

سلبيات الطريقة	إيجابيات الطريقة
(1) ارتفاع التكاليف	(1) الدقة العالية.
(2) الحاجة إلى الوقت والجهد	(2) الوضوح والتفصيل.
(3) الحاجة إلى عدد كبير من الباحثين	(3) المصداقية

ثانياً: العينة: جزء من المجتمع الكلي قيد البحث وهنا يجب أخذ أقصى درجات الحيطة والحذر عند أخذ العينة لكي تمثل المجتمع تمثيلاً صادقاً وسليماً وهذا يتطلب منا تحديد هدف الدراسة ومجتمع الدراسة

ملاحظة هامة: مجتمع الدراسة دائماً يقسم إلى قسمين هما مجتمع الهدف، مجتمع العينة وتالياً مثال يوضح الفرق بينهما

مثال: دراسة عنوانها: الصعوبات التي تواجه طلبة البرنامج التجاري في كليات المجتمع في مادة الإحصاء حدد مجتمع الهدف، مجتمع العينة.

مجتمع الهدف: جميع طلبة البرنامج التجاري في كليات المجتمع.

مجتمع العينة: الجزء الذي تؤخذ منه العينة بمعنى الكليات التي أخذت منها العينة: كلية القادسية، كلية المجتمع الإسلامي..

سؤال: ناقش العبارة التالية: استخدام العينات هو الأسلوب الأكثر استخداماً في البحوث ومفضل على أسلوب المسح الشامل.

الإجابة:

1- المسح الشامل يؤدي إلى فساد عناصر المجتمع في بعض البحوث (الأدوية)
2- توفير الوقت والجهد والنفقات في أسلوب العينة.
3- المسح الشامل يحتاج إلى أعداد كبيرة من الباحثين ولعدم توفرهم نضطر للاستعانة بأشخاص قليلوا التدريب مما يزيد من نسبة الأخطاء.
4- الحاجة في بعض البحوث إلى النتائج بسرعة لاتخاذ القرار.
5- تعذر الوصول إلى جميع أفراد المجتمع.

أنواع العينات (حسب طرق اختيارها)

أولاً: العينة العشوائية البسيطة: وهي عينة بحجم معين يكون كل فرد فيها له نفس فرصة الاختيار من المجتمع الكلي .

- نستخدم العينة العشوائية البسيطة: عندما نختار جزء من كل ويكون الكل (المجتمع) نوع واحد وغير مقسم إلى أقسام
- طريقة اختيار العينة العشوائية البسيطة: تابع المثال الاتالي

مثال: إذا أردنا اختيار عينة مكونة من (10) طلاب من مجتمع مكوّن من (9000) طالب فإننا نقوم بما يلي.

الحل:

أ- بما أن عدد أفراد المجتمع (9000) [مكوّن من أربع منازل] إذن نرقم جميع عناصر المجتمع بأرقام متسلسلة تبدأ من (0000) وتنتهي بالرقم (8999)

ب- نذهب إلى جدول الأرقام العشوائية [انظر ملحق رقم [1] ونبدأ من جهة اليسار وبشكل عمودي وللأسفل ونختار (10) أرقام عشوائية وفي كل مرة نختار إذا

كان الرقم المختار أقل من أو يساوي (8999) نقبله وبغير ذلك نرفضه ونستمر إلى أن نحصل على الأرقام العشرة المطلوبة ليكون الأفراد الحاصلين على هذه الأرقام هم أفراد العينة العشوائية البسيطة.

والآن عزيز الطالب قم بحل المثال التالي:

تدريب: دراسة تُجرى على مجتمع مكوّن من (1000) شخص يراد اختيار عينة من (10) طلاب بناء على ما سبق حدد أفراد العينة المطلوبة من هذا المجتمع.

ثانياً: العينة الطبقية: وتستخدم عندما يكون المجتمع مقسّم إلى مجموعات بحيث تتشابه أفراد كل مجموعة بالصفات (تكون متجانسة) حيث تسمى كل مجموعة بالطبقة.

قانون	عدد أفراد عينة الطبقة = $\frac{\text{عدد أفراد الطبقة}}{\text{عدد أفراد المجتمع}}$ × عدد أفراد العينة الكلية

مثال: يُراد اختيار عينة مكونة من (20) طالب من طلبة إحدى الكليات إذا علمت أن عدد طلاب هذه الكلية (1000) طالب وهم مقسمين كما يلي [حسب السنة].

400 طالب سنة أولى، 300 طالب سنة ثانية، 200 طالب سنة ثالثة

100 طالب سنة رابعة، بناء على ذلك كوّن العينة المطلوبة

الطلبة الأولى: (400)	الطبقة الثانية: (300)	الطبقة الثالثة: (200)	الطبقة الرابعة (100)
العدد = $\frac{400}{1000} \times 20$ = [8] ↓ نختار (8) من (400) حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (399)	العدد = $\frac{300}{1000} \times 20$ = [6] ↓ نختار (6) من (300) حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (299)	العدد = $\frac{200}{1000} \times 20$ = [4] ↓ نختار (4) من (200) حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (199)	العدد = $\frac{100}{1000} \times 20$ = [2] ↓ نختار (2) من (100) حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (099)

↓

أفراد العينة الطبقية

تدريب: عينة مكونة من (30) طالب من طلبة كلية العلوم في جامعة حكومية إذا علمت أن عدد طلاب هذه الكلية (1000) طالب مقسمين حسب التخصصات كما يلي:

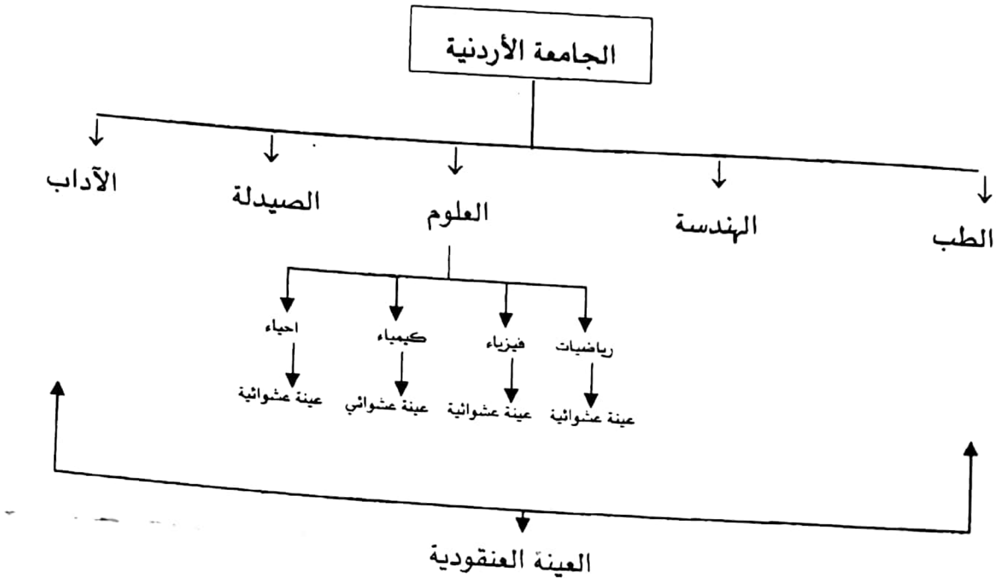
[200 طالب رياضيات، 500 طالب كيمياء، 300 طالب أحياء] كوّن العينة المطلوبة

ثالثاً: العينة العنقودية [متعددة المراحل]: وهنا يقسم المجتمع إلى مجموعات جزئية لا يشترط تجانسها وهذه المجموعات الجزئية تقسم إلى مجموعات جزئية أخرى وهكذا بحيث تسمى أصغر مجموعة جزئية بالعنقود ومن ثم نختار من كل عنقود عينة عشوائية بسيطة ليتشكل في النهاية عينة عنقودية.

مثال: دراسة فرص عمل طلاب الجامعة الأردنية بعد التخرج حدد أفضل عينة

الحل: العينة يجب أن تكون عنقودية لأن هناك

طلاب جامعة ← طلاب كليات ← تخصصات كل كلية


الجامعة الأردنية
الآداب
الصيدلة
العلوم
الهندسة
الطب
احياء
كيمياء
فيزياء
رياضيات
عينة عشوائية
عينة عشوائي
عينة عشوائية
عينة عشوائية
العينة العنقودية

رابعاً: العينة المنتظمة: وتستخدم عندما لا يتوفر لدينا قوائم لعدد عناصر المجتمع ويتم اختيار أفراد العينة بشكل منتظم

مثال: دراسة مدى رضا طلاب الجامعة الأردنية عن المواصلات من وإلى الجامعة

الحل: هنا لا نعرف عدد الطلاب الذين يستخدمون المواصلات من وإلى الجامعة لذا يقف الباحث عند باب الجامعة ويختار مثلاً طالب من كل (50) كما يلي:

الطالب الأول، طالب رقم 50، طالب رقم 100، طالب رقم 150 وهكذا

[الزيادة بين كل عنصر والذي يليه ثابتة].

خامساً: العينة المعيارية: وهي أكثر الطرق صدقاً في تمثيل المجتمع الإحصائي

مثال: مصنع للأدوية يراد دراسة مدى فعاليته للشفاء من مرض معين.

الحل: يطبق الدواء على أول (10) مرضى وترصد فعاليته.

يطبق الدواء على أول (20) مريض وترصد فعاليته.

يطبق الدواء على أول (30) مريض وترصد فعاليته.

ونستمر حتى يثبت الدواء فعاليته فيعمم لعلاج المرض

سادساً: العينة العمدية أو الغرضية (القصدية): يتم اختيارها بصورة قصدية وغير عشوائية وذلك للحصول على معلومات لتكوين فكرة سريعة أو لفحص استبانة قبل توزيعها وتعميمها (لدراسة مدى صدق وثبات الاستبانة)

مثال: توزيع استبانة على عينة من أعضاء هيئة تدريس مختارين بشكل عمدي لفحص الاستبانة وتحكيمها.

ثانياً: تنظيم البيانات وعرضها

- بعد أن جمعنا البيانات تصبح هذه البيانات (المشاهدات) على شكل بيانات مفردة أو غير مبوّبة وعندما يكون عددها كبير جداً فإننا نصبح في أمس الحاجة إلى تنظيمها حتى نتمكن من التعامل معها لذا سنتعلم الآن عملية التنظيم على خطوتين هما:

الخطوة الأولى: تنظيم البيانات: ويصبح اسمها بيانات مبوّبة (مجدولة)

الخطوة الثانية: عرض البيانات: التمثيل البياني للبيانات

تنظيم البيانات

- وهنا نتم سنظيم المشاهدات في جداول خاصة تسمى بجداول التوزيع التكراري وهو جدول مكون من (5) أعمدة يأخذ الشكل التالي:

جدول علامات طلاب في امتحان من (20)

الفئات	الحدود الفعلية للفئات	مراكز الفئات	الإشارات	التكرارات
3 ـ 9 ↓ ↓ الحد الأدنى الحد الأعلى	2.5 ـ 9.5 ↓ ↓ الحد الأدنى الفعلي الحد الأعلى الفعلي	$\frac{9+3}{2}$ $= \frac{9.5+2.5}{2} = 6$	####	5 ↓ هناك (5) مشاهدات واقعة ضمن (3- 9)

وسنتعلم كيف نكون جدول التوزيع التكراري من خلال المثال التالي:

مثال: كوّن جدول توزيع تكراري لعلامات (30) طالب في امتحان ما كانت كما يلي:

46	49	48	58	54	50
40	62	37	48	54	75
54	48	59	45	34	58
47	61	49	44	68	39
63	56	43	57	40	45

نتبع الخطوات التالية لتكوين جدول التوزيع التكراري

أولاً: نجد المدى المطلق للبيانات حسب القانون التالي

المدى = أكبر مشاهدة – أصغر مشاهدة

$= 75 - 34 = 41$

ثانياً: نحدد عدد فئات مناسب لعدد البيانات [((لا يقل عن 5 ولا يزيد عن 15].

مثلاً: نريد (7) فئات

ثالثاً: نحدد طول الفئة حسب القانون التالي

طول الفئة = $\frac{\text{المدى المطلق}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{41}{7} = 5.7 \approx 6$ (نقرّب لأقرب عدد صحيح)

رابعاً: نجد حدود الفئات والحدود الفعلية للفئات ومراكز الفئات

رقم الفئة	حدود الفئات الحد الأدنى = الحد الأعلى السابق + 1 الحد الأعلى = الحد الأدنى + طول الفئة – 1	الحدود الفعلية للفئات الحد الأدنى الفعلي = الحد الأدنى - 0.5 الحد الأعلى الفعلي = الأحد الأعلى +0.5	مراكز الفئات (الأدنى + الأعلى) / 2 = (ادن فعلي + اعلى فعلي) / 2
1	الحد الأدنى = أصغر مشاهدة أو اقل = 34 الحد الأعلى = 34 + 6- 1 = 39 39 - 34	الحد الأدنى الفعلي= 34–0.5 = 33.5 الحد الأعلى الفعلي= 39+0.5 =39.5 39.5 – 33.5	المركز = $\frac{39+34}{2}$ $\frac{39.5+33.5}{2}$ = 36.5
2	45 -40	45.5 – 39.5	42.5
3	51 – 46	51.5 – 45.5	48.5
4	57 -52	57.5 -51.5	54.5
5	63 -58	63.5 -57.5	60.5
6	69 -64	69.5 -63.5	66.5
7	75 -70	75.5 -69.5	72.5

خامساً: تفرغ البيانات في الجدول المنتج في الخطوة الرابعة بوضع اشارة (/) لكل مشاهدة محتواه ضمن الفئة وتكون الإشارة الخامسة مستعرضة لسهولة الجمع ثم تجمع الإشارات لكل فئة ليكون ناتج الجمع هو تكرار الفئة.

الفئات	الحدود الفعلية للفئات	مراكز الفئات	الإشارات	التكرارات
34- 39	33.5- 39.5	36.5	///	3
40- 45	39.5- 45.5	42.5	~~////~~ /	6
46- 51	45.5- 51.5	48.5	~~////~~ ///	8
52- 57	51.5- 57.5	54.5	~~////~~ /	6
58- 63	57.5- 63.5	60.5	~~////~~	5
64- 69	63.5- 69.5	66.5	/	1
70- 75	69.5- 75.5	72.5	/	1
	مجموع التكرارات			30

لاحظ أن : طول الفئة = الفرق بين مركزين متتاليين = الحد الأعلى – الحد الأدنى+1

= الحد الأعلى الفعلي – الحد الأدنى الفعلي

وبعد هذا الجدول يختصر في جدول أبسط مكون من عمودين

الفئات	التكرار
34- 39	3
40- 45	6
46- 51	8
52- 57	6
58- 63	5
64- 69	1
70- 75	1

تدريب: البيانات التالية تمثل الأجر الأسبوعي لـ (50) موظف والمطلوب وضع البيانات في جدول تكرار يتكون من (6) فئات

19 -28 -32 -31 -36 -28 -17 -43 - 42 – 56

42 -17 -20 -55 -52 -45 -39 -21 -20 -24

45 -24 -22 -30 -29 -36 -38 -32 -26 -24

24 -21 -48 -28 -41 -54 -57 -56 -25 -24

36 -57 -35 -18 -33 -46 -47 -32 -18 -42

أنواع التوزيعات التكرارية

وجميع هذه الأنواع يتم إيجادها بالاعتماد على جدول التوزيع التكراري السابق

أولاً : جدول التوزيع التكراري: وهو ما تم شرحه سابقاً ويكون مكون من عمودين الفئات، التكرارات

ثانياً : جدول التكرارات النسبية : وهو مكون من عمودين هما

الفئات	التكرار	التكرار النسبي = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$
0- 4	4	$\frac{4}{100} = 0.04$
5- 9	5	$\frac{5}{100} = 0.05$
10- 14	15	$\frac{15}{100} = 0.15$
15- 19	25	$\frac{25}{100} = 0.25$
20- 24	6	$\frac{6}{100} = 0.06$
25- 29	5	$\frac{5}{100} = 0.05$
30- 34	40	$\frac{40}{100} = 0.40$
المجموع	100	مجموع التكرارات النسبية =1

قاعدة : مجموع التكرارات النسبية دائماً يساوي (1)

ثالثاً: جدول التوزيع التكراري المئوي

الفئات	التكرار	التكرار المئوي = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ ×100 = النسبي × 100
0- 4	4	$\frac{4}{100} \times 100 = 4$
5- 9	5	$\frac{5}{100} \times 100 = 5$
10- 14	15	$\frac{15}{100} \times 100 = 15$
15- 19	25	$\frac{25}{100} \times 100 = 25$
20- 24	6	$\frac{6}{100} \times 100 = 6$
25- 29	5	$\frac{5}{100} \times 100 = 5$
30- 34	40	$\frac{40}{100} \times 100 = 40$
المجموع	100	مجموع التكرارات المئوية = 100

قاعدة: مجموع التكرارات المئوية دائماً يساوي (100)

رابعاً: التوزيع التكرار المتجمّع (الصاعد والنازل)

مثال: اليك الجدول التكراري التالي بناء عليه كوّن

أولاً: جدول التوزيع التكراري الصاعد

ثانياً: جدول التوزيع التكراري الهابط

فئات	تكرار
4- 6	7
7- 9	5
10- 12	10
13- 15	8
16- 18	10

جدول التوزيع التكراري الصاعد

الحدود الفعلية العليا	التكرار الصاعد
أقل من (3.5)	صفر
أقل من 6.5	7 = 0+ 7
أقل من 9.5	12 = 7+5
أقل من 12.5	22=12+ 10
أقل من 15.5	30=8+ 22
أقل من 18.5	40 = 10+ 30

فئة مضافة تكرارها (0)

التكرار الصاعد للفئة الأخيرة هو نفسه مجموع التكرارات

جدول التوزيع التكراري الهابط

الحدود الفعلية الدنيا	التكرار الهابط
أكثر من (3.5)	40
أكثر من (6.5)	33=7–40
أكثر من (9.5)	28=5–33
أكثر من (12.5)	18=10–28
أكثر من (15.5)	10=8–18
أكثر من (18.5)	10–10= صفر

التكرار الهابط للفئة الأولى هو نفسه مجموع التكرارات

فئة مضافة بعد الأخيرة تكرارها (0)

خامساً : الجداول المقفلة والمفتوحة

الجداول المقفلة: الجداول التكرارية التي تكون بها الفئة الأولى والأخيرة محدودة

الجداول المفتوحة: وهي تقسم إلى قسمين:

جداول مفتوحة من الأعلى	جداول مفتوحة من الأسفل
نهاية الفئة الأخيرة غير محدد	بداية الفئة الأولى غير محدد

مثال

فئات	تكرار
4- 6	
7- 9	
أكثر من 9	

مثال

فئات	تكرار
أقل من 7	
7- 9	
10- 12	

سادساً: الجداول المنتظمة وغير المنتظمة: وذلك حسب طول الفئة

الجداول المنتظمة

تكون أطوال جميع الفئات متساوية

(طول الفئة ثابت دائماً)

فئات	تكرار
4–6	7
7–9	5
10–12	10

الجداول غير المنتظمة

أطوال جميع الفئات متغيرة ولكل فئة طول خاص

فئات	تكرار	التكرار المعدل
2- 5	3	$\frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}} = \frac{3}{3} = 1$
5- 11	12	$\frac{12}{6} = 2$
11- 15	8	$\frac{8}{4} = 2$

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}}$$

تدريب: اعتمد على الجدول التكراري التالي في الإجابة عن كل مما يلي:

أولاً: كوّن جدول التكرار النسبي

ثانياً: كوّن جدول التكرار المئوي

ثالثاً: كوّن جدول التوزيع التكراري الصاعد

رابعاً: كوّن جدول التوزيع التكراري النازل

فئات	تكرار
4- 6	6
7- 9	2
10- 12	8
13- 15	4

عرض البيانات

أولاً: عرض البيانات غير المبوّبة (المفردات) (البيانات الأولية)

أ- طريقة الجدول: تفريغ البيانات في جداول منتظمة وخصوصاً البيانات المرتبطة بالزمن [عرض الظاهرة مع مسمى أو زمن].

مثال: الجدول التالي يوضح عدد الطلبة في بعض كليات المجتمع عام 81

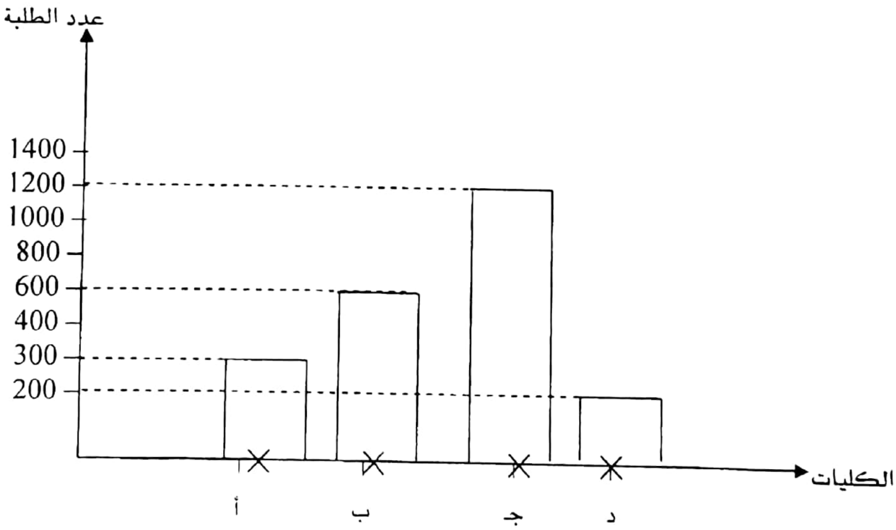
الكلية	عدد الطلبة
أ	300
ب	600
جـ	1200
د	200

ب- طريقة المستطيلات أو الأعمدة : رسم محورين أفقي وعمودي ويستخدم للمقارنة بين ظاهرتين أو تتبع تغير ظاهره مع الزمن

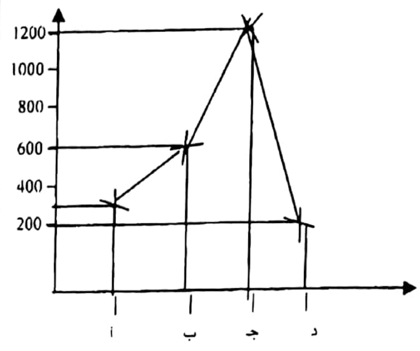
المحور الأفقي: المسميات (وحدات، طلاب، طالبات، ...)

المحور العمودي: الأعداد [قيمه المسمى الموجود على المحور الأخير]

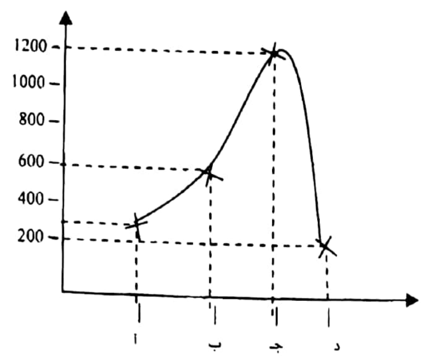
ويكون هناك مستطيل ارتفاعه يمثل العدد المقابل على المحور العمودي



جـ- طريقة الخط المنكسر



د- طريقة الخط المنحني



هـ) طريقة الصور والرسومات

مثال: الجدول التالي يمثل عدد البطاريات المنتجة في الفترة [1990- 1992] اعتمد عليه في عرض هذه البيانات بطريقة الصور والرسومات علماً بأنه:

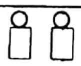
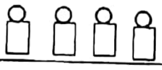
عام 1990 كان الإنتاج (10000 بطارية) وعام 1991 كان الإنتاج (15000 بطارية)

وعام 1992 كان الإنتاج 20000 بطارية

الحل: لنفرض أن شكل البطارية سيمثل بالشكل ( ) وسنمثّل كل (5000) بطارية في الشكل ( ) وبناء على ذلك سيكون التمثيل بالصور والرسومات كما يلي:

ملاحظة: العدد الأنسب للبطارية الواحدة (5000) يتم اختياره بحيث يكون مساوٍ لأقل إنتاج أو أصغر منه بحيث يقبل القسمة على جميع الأعداد {10000، 15000، 20000}.

السنة	الإنتاج الكلي
1990	$\frac{\text{إنتاج السنة}}{\text{عدد البطارية}} = \frac{10000}{5000} = 2$
1991	$\frac{15000}{5000} = 3$
1992	$\frac{20000}{5000} = 4$

السنة	الإنتاج الكلي
1990	
1991	
1992	

و- طريقة الدائرة (القطاعات الدائرية) [أهم طريقة]

يتم تقسيم الدائرة إلى قطاعات بنسبة قيم الظاهرة وبحسب قياس زاوية كل قطاع [الدائرة تمثل 360 درجة] حيث أن:

$$\text{زاوية القطاع} = \text{درجة كل قطاع} = \frac{\text{عدد التكرارات الخاصة بالقطاع}}{\text{العدد الكلى}} \times 360^\circ$$

مثال: البيانات التالية تمثل أعداد طلاب احدى الكليات الجامعية موزعين حسب التخصص

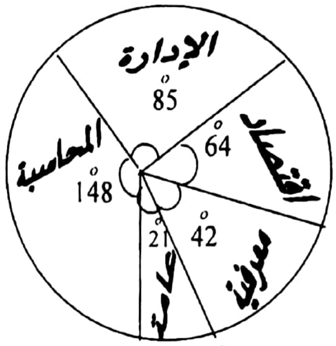
التخصص	عدد الطلاب
المحاسبة	2100
الإدارة	1200
الاقتصاد	900
علوم مصرفية	600
الإدارة العامة	300

مثّل هذه البيانات بطريقة القطاعات الدائرية

أولاً: نحسب زاوية كل قطاع (تخصص)

قطاع المحاسبة	قطاع الإدارة	قطاع الاقتصاد	قطاع المصرفية	قطاع الإدارة العامة
$\frac{2100}{5100} \times 360^\circ$	$\frac{1200}{5100} \times 360^\circ$	$\frac{900}{5100} \times 360^\circ$	$\frac{600}{5100} \times 360^\circ$	$\frac{300}{5100} \times 360^\circ$
148°	85°	64°	42°	21°

ثانياً: نستخدم المنقلة لتمثيل القطاعات وهنا نتخذ اتجاه واحد للتمثيل إما مع عقارب الساعة (منذ القطاع الأول وحتى الأخير) أو عكس عقارب الساعة



تدريب: مصنع ينتج أربع أنواع من الأدوية وكمية انتاجه من النوع الأول (10) ومن النوع الثاني (30) ومن النوع الثالث (50) ومن النوع الرابع (10)

بناء على ما سبق مثل هذه البيانات الأولية بكل من الطرق التالية

أولاً: بالجدول. ثانياً: بالمستطيلات والأعمدة

ثالثاً: الخط المنكسر رابعاً: الخط المنحني

خامساً: بالصور والرسومات سادساً: بالقطاعات الدائرية.

ثانياً: عرض البيانات المبوّبة (الجداول) [تمثيل التوزيعات التكرارية بيانياً]

مثال: الجدول التالي يمثل علامات (30) طالب مبوّبة في جدول تكراري كما يلي بناء عليه مثل هذا الجدول بكل من الطرق التالية:

فئات	تكرار
39 -34	3
45 -40	6
51 -46	8
57 -52	5
63 -58	6
69 -64	1
75 -70	1

أولاً: المدرّج التكراري

ثانياً: المضلع التكراري

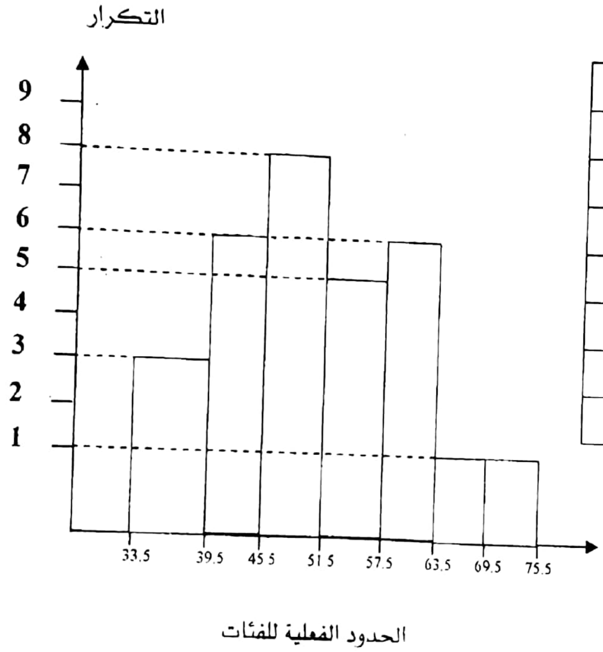
ثالثاً: المنحى التكراري

رابعاً: المنحى التكراري التراكمي (المتجمع الصاعد)

خامساً: المنحى التكراري المتجمع الهابط (مضلع تكراري هابط)

أولاً: المدرّج التكراري

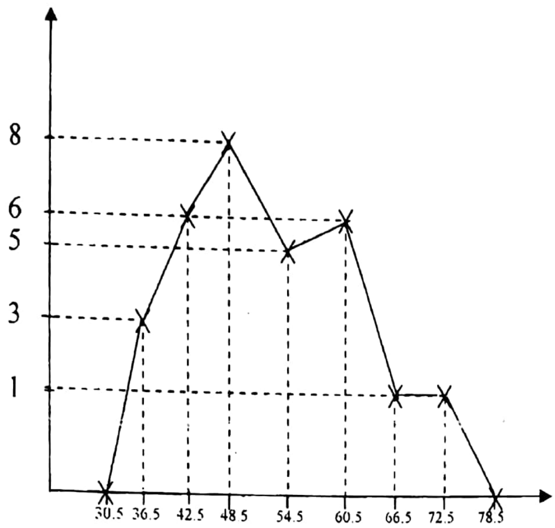
الحدود الفعلية للفئات	التكرار
39.5 -33.5	3
45.5 - 39.5	6
51.5 -45.5	8
57.5 -51.5	5
63.5 -57.5	6
69.5 -63.5	1
75.5 -69.5	1



ثانياً: المضلع التكراري

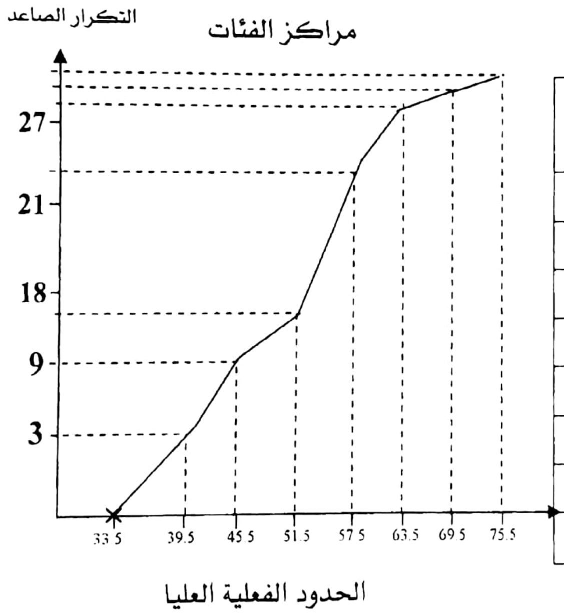
	مراكز الفئات	التكرارات
فئة مضافة	30.5	صفر
	36.5	3
	42.5	6
	48.5	8
	54.5	5
	60.5	6
	66.5	1
	72.5	1
فئة مضافة	78.5	صفر

ثالثاً: المنحنى التكراري



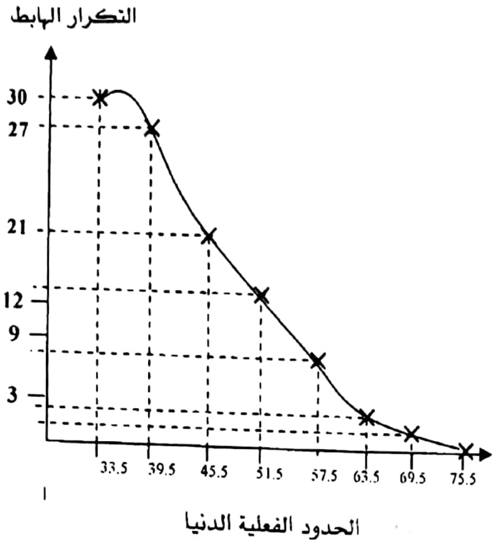
رابعاً: المضلع التكراري الصاعد

	الحدود الفعلية العليا	التكرار الصاعد
فئة مضافة	أقل من 33.5	صفر
	أقل من 39.5	3
	أقل من 45.5	9
	أقل من 51.5	17
	أقل من 57.5	22
	أقل من 63.5	28
	أقل من 69.5	29
	أقل من 75.5	30



خامساً: المضلع التكراري النازل

الحدود الفعلية الدنيا	التكرار النازل
أكثر من (33.5)	30
أكثر من (39.5)	27
أكثر من (45.5)	21
أكثر من (51.5)	13
أكثر من (57.5)	8
أكثر من (63.5)	2
أكثر من (69.5)	1
أكثر من (75.5)	صفر



تدريب: الجدول التالي يمثل أعمار أشخاص اعتمد عليه في تمثيل الجدول بالطرق التالية

فئات	التكرار
1- 4	3
5- 8	2
9- 12	5
13- 16	10
17- 20	10

أولاً : بالمدرج التكراري

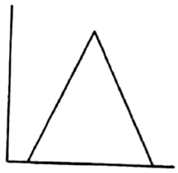
ثانياً : المضلع والمنحنى التكراري على نفس المستوى

ثالثاً : المضلع التكراري الصاعد والنازل على نفس المستوى

أنواع المنحنيات التكرارية

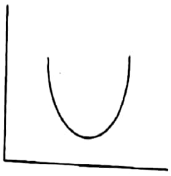
أولاً: المنحنيات المتماثلة: تتوزع قيمها بشكل متماثل على خط المنتصف

أ- المنحنى الطبيعي (الجرسي)





ب- منحنى شكل حرف U أو النوني



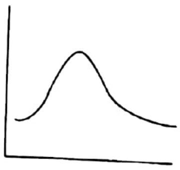


ثانياً: المنحنيات غير المتماثلة (الملتوية) أحد أطرافها أطول من الطرف الآخر

أ- ملتوية نحو اليمين

(التواء موجب)

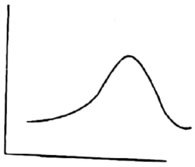
يقع الطرف الطويل للجهة اليمنى



ب- ملتوية نحو اليسار

(التواء سالب)

يقع الطرف الطويل للجهة اليسرى



جـ- التواء شديد لليمين أو اليسار



التواء شديد
إلى اليسار
(الرائي)

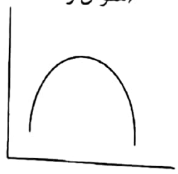


التواء شديد
إلى اليمين
(مقلوب حرف ر)

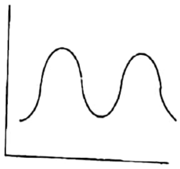
ثالثاً: منحنيات متعددة القمم

أ- منحنى قمة واحدة

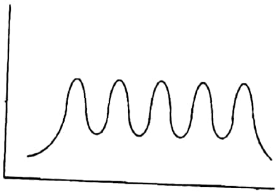
(منوال واحد)



ب- منحى قمتان (منوالان)

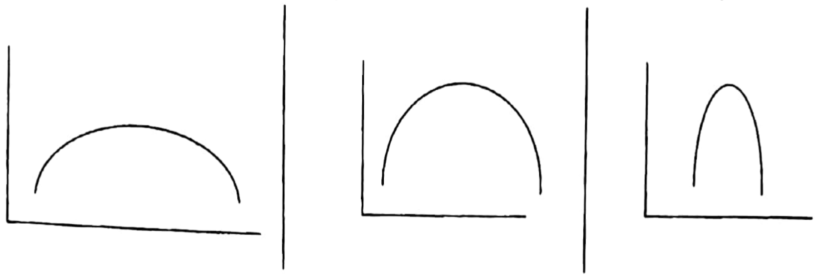


جـ- منحنى متعدد القمم (متعددالمنوالات)

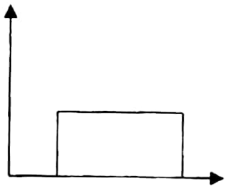


رابعاً: منحنيات متفلطحة (مدببة القمم أو معتدلة القمم)

أ- منحنى مدبب		ب- منحنى معتدل		جـ- منحنى مفلطح



خامساً: المنحنى المتجانس:



انتهت الوحدة الأولى

SHEET 2

إحصاء واحتمالات التقنية المعلومات

أ. محمود كعوام

الوحدة الثانية

مقاييس النزعة المركزية

محتويات الوحدة	
الرمز	الموضوع
2-1	الوسط الحسابي
2-2	الوسيط
2-3	المنوال
2-4	العلاقة الخطية بين الوسط والوسيط والمنوال
2-5	الميئنات والرتب الميئنية
2-6	العشيرات والربيعات

ملاحظة هامة

أنواع البيانات

البيانات غير المبوّبة | المشاهدات المتكررة | التوزيعات التكرارية

(بيانات منفردة)

قيم	تكرار
2	4
3	5

فئات	تكرار
3–1	6
6–4	7

أن الطرق الإحصائية التي تقوم بحساب القيمة التي تتمركز حولها معظم المشاهدات تسمى مقاييس النزعة المركزية وهي ثلاثة مقاييس:

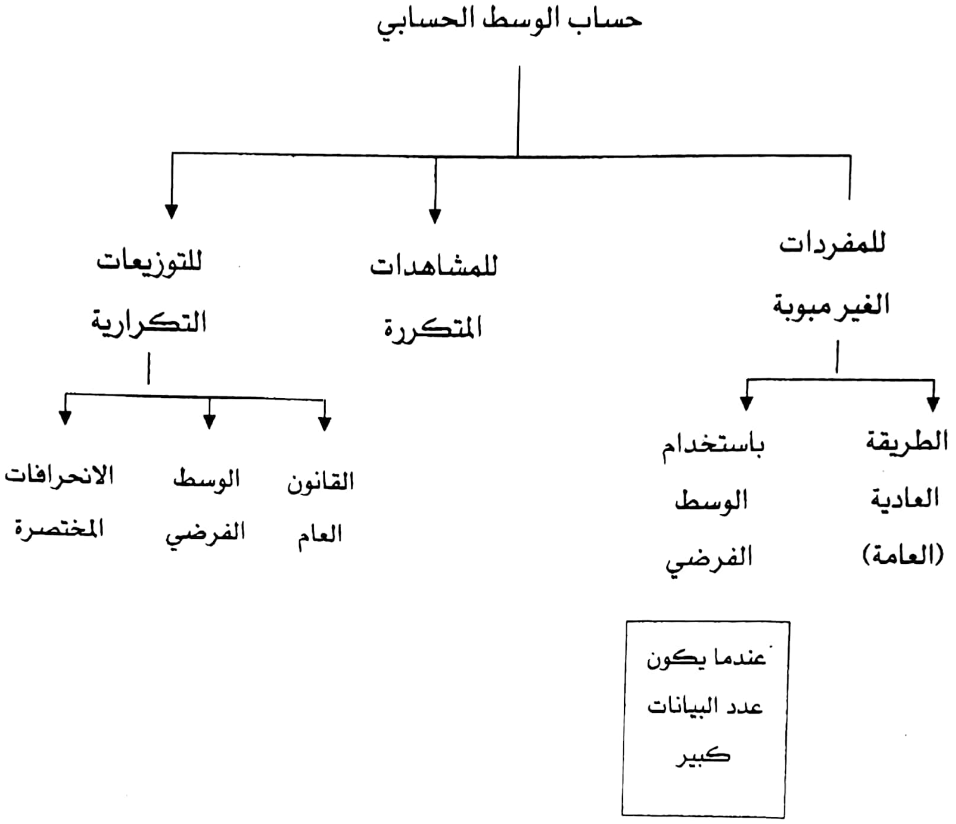
أولاً: الوسط الحسابي ثانياً: الوسيط ثالثاً: المنوال.

وسنتعلم حساب كل منها إلى أنواع البيانات الثلاثة (الغير مبوبة، المشاهدات المتكررة، توزيعات تكرارية)

سنعتمد مفتاح الرموز التالي في هذه الوحدة

البيانات غير المبوبة	المشاهدات المكرّرة	المفردات المبوّبة
$س_ر$: المشاهدة الرائية $س_2$: المشاهدة الثانية	$س_ر$: المشاهدة الرائية $س_2$: المشاهدة الثانية	$س_ر$: مركز الفئة الرائية $س_2$: مركز الفئة الثانية
ن: عدد المفردات	ت ر: عدد تكرارات المشاهدة الرائية ت 3: تكرار المشاهدة الثالثة	ت ر: عدد التكرارات الفئة الرائية ت3: تكرار الفئة الثالثة
$\sum$(س): مجموع المشاهدات	$\sum$ ت: مجموع التكرارات	$\sum$ت: مجموع التكرارات

أولا : حساب الوسط الحسابي ($\bar{س}$ أو $\bar{X}$)



الوسط الحسابي في حالة المفردات غير المبّوبة

*أولاً: حساب الوسط الحسابي للمفردات غير المبّوبة بالطريقة العادية (العامة)

إذا كان لدينا المفردات س1 ، س2، س3، ......، سن فإن الوسط الحسابي هو

$$\bar{س} = \frac{س_1 + س_2 + ... + س_ن}{ن} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{\text{مجموع المفردات}}{\text{عدد المفردات}}$$

حيث س: المشاهدة ، ن: عدد القيم (المشاهدات)

مثال (1) احسب الوسط الحسابي للمفردات التالية بالطريقة العادية (العامة)

16،30،25،27،18،21،29

الحل: الوسط الحسابي = $\bar{س}$ = $\frac{16+30+25+27+18+21+29}{7} = 23.7$

مثال (2) إذا كان مجموع ما مع (10) طلاب هو (230) دينار جد الوسط الحسابي لما مع هؤلاء الطلاب :

الحل: $\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} \Leftrightarrow \bar{س} = \frac{230}{10} = 23$ دينار

مثال (3): إذا كان الوسط الحسابي لعلامات عدد من الطلاب هو (56) ومجموع علاماتهم (2800) فجد عدد هؤلاء الطلاب.

الحل: الوسط الحسابي = $\bar{س}$ = 56، مجموع علاماتهم = مجـس= 2800، ن= عدد الطلاب =؟

$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} \quad \frac{56}{1} = \frac{2800}{ن} \Leftrightarrow \frac{56 \times ن}{56} = \frac{2800}{56}$

ن= $\frac{2800}{56} = 50$ طالب

مثال (4) اعتمد على المفردات (1، 4، 7، 5، 3) في إيجاد:

الوسط الحسابي ($\bar{س}$)

$\bar{س} = \frac{3+5+7+4+1}{5}$

$= 4$

انحرافات القيم عن الوسط الحسابي

المشاهدة (س)	انحرافها عن الوسط $س - \bar{س}$
1	1−4= -3
4	4−4=0
7	7−4=3
5	5−4=1
3	3−4= -1

أوجد مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي

$\sum(س-\bar{س}) = -3+0+3+1+-1 =$ صفر

قاعدة	$\sum(س-\bar{س})$ = صفر

مثال (5) إذا كانت انحرافات القيم عن وسطها الحسابي: 2، 3، أ، −4 فجد قيمة (أ)

الحل: بما أن $\sum(س-\bar{س}) =$ ∴ ⟺ 2+3+أ+−4= ∴ ⟺ 1+أ = ∴ ⟺ أ = −1

ثانياً: حساب الوسط الحسابي للمفردات غير المبوّبة بطريقة الوسط الفرضي (ف)

رمز الوسط الفرضي = ف، الوسط الحسابي = $\bar{س}$

وتستخدم هذه الطريقة عادة إذا كان عدد المشاهدات كبير

مثال: أوجد الوسط الحسابي بطريقة الوسط الفرضي للبيانات التالية.

29، 21، 18، 27، 25، 30، 16

الحل:

أولاً	ثانياً: المفردات (س)	ثانياً: انحرافها عن الوسط الفرضي ح=س-ف	ثالثاً
نحدد قيمة للوسط الفرضي (ف) وهو رقم نفترض أنه سيكون ناتج الوسط الحسابي [أي رقم] ضمن المفردات	29	29-20=9	$\bar{\text{س}} = \text{ف} + \frac{\sum \text{ح}}{\text{ن}}$
ف= 20	21	21-20=1	$\bar{\text{س}} = 20 + \frac{26}{7}$
دائماً يبقى الوسط الحسابي ثابت مهما تغيرت قيمة	18	18-20= -2	$\bar{\text{س}} = 23.7$
	27	27-20=7	
	25	25-20=5	
	30	30-20=10	
	16	16-20= -4	
		$\sum$ (س- ف) = ح=26	

تمرين شامل على الوسط الحسابي للبيانات غير المبّوبة [تمرين ذاتي].

مثال: البيانات التالية تمثل عدد الأزهار الموجودة على (8) نباتات من القطن :

22، 15، 12، 25، 30، 22، 28، 18

أولاً: أوجد الوسط الحسابي بالطريقة العادية [الجواب] هو 21.5].

ثانياً: أوجد الوسط الحسابي باعتبار وسط فرضي مقدراه (12) [الجواب هو 21.5].

مثال: إذا كانت علامات طالب في (10) مواد كالتالي

العلامة	60	75	84	89	مجموع المواد
عدد المواد	2	3	4	1	10

أوجد الوسط الحسابي لعلامات هذا الطالب

أولاً

العلامة (س)	عدد المواد التكرار (ت)	س× ت
60	2	120=60×2
75	3	225=3×75
84	4	336=4×84
89	1	89=1×89
المجموع	10	مج (س×ت) = 770

مج(س×ت)= مجموع حواصل ضرب المشاهدة × تكرارها

ثانياً

$$\bar{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$$

$$\bar{س} = \frac{770}{10} = 77$$

مثال: مجموعة من المشاهدات المتكررة وسطها الحسابي (14) ومجموع تكراراتها (30) بناء على ما سبق احسب مجموع حواصل ضرب المشاهدة بتكرارها..

الحل: $\bar{س} = 14$ ، $\sum ت = 30$ ، $\sum (س \times ت) = ؟؟$

$\bar{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$ (المشاهدات المتكررة) ⇔ $\frac{14}{1} \times \frac{\sum (س \times ت)}{\sum 30}$

$\sum (س \times ت) = 14 \times 30 = 420$

الوسط الحسابي للتوزيعات التكرارية

أولاً: إيجاد الوسط الحسابي للتوزيعات التكرارية بطريقة القانون العام.

مثال: احسب الوسط الحسابي للجدول التكراري التالي بطريقة القانون العام.

فئات	26–22	31–27	36–32	41–37	46–42	51–47
تكرار	9	3	10	8	12	8

أولاً

الفئات	التكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س×ت
-22 26	9	$24 = \frac{26+22}{2}$	216=24×9
-27	3	29	87=29×3
-32	10	34	340=34×10
--37	8	39	312=39×8
-42	12	44	528=44×12
-47	8	49	392 =49×8
المجموع	50	.	Σ (س×ت)= 1875

ثانياً

$\bar{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$

$\bar{س} = \frac{1875}{50} = 37.5$

$\bar{س} = 37.5$

ثانياً: إيجاد الوسط الحسابي للتوزيعات التكرارية بطريقة الوسط الفرضي [ف]

مثال: احسب الوسط الحسابي للجدول التكراري التالي بطريقة الوسط الفرضي.

فئات	44–40	49–45	54–50	59–55	64–60
تكرار	10	20	40	20	10

أولاً

نفرض أن

ف=62

مهما تغيرت قيمة (ف) يبقى جواب السؤال ($\bar{س}$) كما هو

ثانياً

فئات	التكرار	مراكز الفئات (س)	انحراف عن الوسط الفرضي ح= س–ف	ح×ت
44–40	10	42	20–=62–42	200-
49–45	20	47	15-	300-
54–50	40	52	10-	400-
59–55	20	57	5-	100-
64–60	10	62	صفر	صفر
المجموع	100		5-	1000-

ثالثاً

$$\bar{س} = ف + \frac{\sum (س×ت)}{\sum ت}$$

$$\bar{س} = 62 + \frac{-1000}{100}$$

$$= 62-10=52$$

$$\bar{س} = 52$$

ثالثاً: إيجاد الوسط الحسابي للتوزيعات التكرارية بطريقة الانحرافات المختصرة

ونلجأ لهذه الطريقة عندما يكون (ح: الانحراف عن الوسط الفرضي) كبير نوعاً ما [المثال السابق]

مثال: أوجد الوسط الحسابي للجدول التالي بطريقة الانحرافات المختصرة.

فئات	44–40	49–45	54–50	59–55	64–60
تكرار	10	20	40	20	10

أولاً

نفرض وسط فرضي (ف)

ف= 62

نجد طول الفئة

ل= 44– 40 +1=5

ل = 5

ثانياً

فئاته	تكرار (ت)	مراكز الفئات (س)	ح= س–ف	$\bar{ح} = \frac{ح}{ل}$	$\bar{ح}$ × ت
40–44	10	42	20–	$\frac{20-}{5} = 4-$	4–×10= –40
45–49	20	47	15-	$\frac{15-}{5} = 3-$	60–
50–54	40	52	10-	$\frac{10-}{5} = 2-$	80–
55–59	20	57	5-	$\frac{5-}{5} = 1-$	20–
60–64	10	62	صفر	$\frac{0}{5} = 0$	صفر
المجموع	100				200-

ثالثاً

$$\bar{س} = ف + \frac{\sum(\bar{ح} \times ت)}{\sum ت} \times ل$$

$$\bar{س} = 62 + \frac{-200}{100} \times 5$$

$$\bar{س} = 62 - (2 \times 5)$$

$$\bar{س} = 52$$

تمرين شامل على الوسط الحسابي (تمرين ذاتي)

مثال: اعتمد على الجدول التكراري التالي في الإجابة عن كل مما يلي

فئات	54–50	59–55	64–60	69–65	74–70
تكرار	10	12	8	14	6

أولاً: أوجد الوسط الحسابي بالقانون العام [= 61.4].

ثانياً: احسب الوسط الحسابي بوسط فرضي مقداره (62) [= 61.4].

ثالثاً: احسب الوسط الحسابي بطريقة الانحرافات المختصرة [= 61.4].

الوسط الحسابي المرجح

إذا كان لدينا أكثر من مجموعة من البيانات (ع، ص، س) بحيث يكون لكل مجموعة خصائص مشتركة فإن:

مجموعة بيانات (ع)

$\bar{ع} = \frac{\sum ع}{ن_ع} = \frac{\text{مجموع قيم ع}}{\text{عددها}}$

$\sum_ع = \bar{ع} \times ن_ع$

المجموع = الوسط × عدد القيم

مجموعة بيانات (ص)

$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن_ص} \quad \frac{\text{مجموع قيم ص}}{\text{عدد قيم ص}}$

$\sum_ص = \bar{ص} \times ن_ص$

المجموع = الوسط × عدد القيم

مجموعة بيانات (س)

$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن_س}$

$\sum س = \bar{س} \times ن_س$

المجموع = الوسط × عدد القيم

الوسط الحسابي المرجح

*

الوسط الحسابي المرجح للمفردات = $\frac{\text{المجموع}}{\text{العدد}} = \frac{\text{مجـ س} + \text{مجـ ص} + \text{مجـ ع}}{\text{ن س} + \text{ن ص} + \text{ن ع}}$

$= \frac{(\bar{\text{س}} \times \text{ن س}) + (\bar{\text{ص}} \times \text{ن ص}) + (\bar{\text{ع}} \times \text{ن ع})}{\text{ن س} + \text{ن ص} + \text{ن ع}}$

مثال: إذا كان لدينا الآتي:

الوسط الحسابي لامتحان ثلاثة طلاب هو (16)

الوسط الحسابي لامتحان (5) طلاب هو (14)

الوسط الحساب لامتحان (12) طالب هو (11)

أوجد الوسط الحسابي المرجّح لجميع الطلبة

المجموعة الأولى (س)	المجموعة الثانية (ص)	المجموعة الثالثة (ع)
$\text{ن}_{\text{س}} = 3$	$\text{ن}_{\text{ص}} = 5$	$\text{ن}_{\text{ع}} = 12$
$\bar{\text{س}} = 16$	$\bar{\text{ص}} = 14$	$\bar{\text{ع}} = 11$
$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن س}} \Leftrightarrow \frac{16}{1} = \frac{\text{مجـ س}}{3}$	$\bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن ص}} \Leftrightarrow \frac{14}{1} = \frac{\text{مجـ ص}}{5}$	$\bar{\text{ع}} = \frac{\text{مجـ ع}}{\text{ن ع}} \Leftrightarrow \frac{11}{1} = \frac{\text{مجـ ع}}{12}$
$\text{مجـ س} = 16 \times 3 = 48$	$\text{مجـ ص} = 14 \times 5 = 70$	$\text{مجـ ع} = 11 \times 12 = 132$

الوسط الحسابي المرجح = $\frac{\text{مجموع كل العلامات}}{\text{عدد جميع الطلبة}} = \frac{132 + 70 + 48}{12 + 5 + 3} = \frac{250}{20} = 12.5$

خصائص الوسط الحسابي

الخاصية الأولى: مجموع الانحرافات للقيم عن الوسط الحسابي يساوي (صفر)

$\sum(س - \bar{س}) =$ صفر

الخاصية الثانية: الوسط الحسابي يتأثر بالقيم المتطّرفة

مثال : للقيم : 1، 2، 3، 4، 5، 105 أوجد الوسط الحسابي

$$\bar{س} = \frac{1+2+3+4+5+105}{6} = \frac{120}{6} = 20$$

(لاحظ قيمة الوسط الحسابي = 20 وهي لا تتوسط القيم والسبب القيمة 105)

الخاصية الثالثة: مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي أقل من مجموع مربعات انحرافات القيم عن أي قمة أخرى.

مثال: للمفردات 1 ، 2، 3، 4، 5 لاحظ أن $\bar{س} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$

س	الانحراف عن الوسط الحسابي $س - \bar{س}$	مربع الانحراف عن الوسط الحسابي $(س-\bar{س})^2$	الانحراف عن المشاهدة (6) س-6	$(س-6)^2$	الانحراف عن القيمة (2) (س-2)	$(س-2)^2$ مربع الانحراف عن القيمة (2)
1	1−3=−2	$(-2)^2=4$	1−6=−5	25	1−2=−1	1
2	2−3=−1	$(-1)^2=1$	2−6=−4	16	2−2=0	0
3	3−3=0	$(0)^2=0$	3−6=−3	9	3−2=1	1
4	4−3=1	$(1)^2=1$	4−6=−2	4	4−2=2	4
5	5−3=2	$(2)^2=4$	5−6=−1	1	5−2=3	9
المجموع	$\sum(س-\bar{س}) = ∴$	$\sum(س-\bar{س})^2=10$		55		15

لاحظ من الجدول : $\sum(س-\bar{س})^2=10$ ، $\sum(س-6)^2=55$ ، $\sum(س-2)^2=15$

لاحظ أن مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط (10) أقل من مجموع مربعات انحرافات القيم أي قيمة أخرى[55، 15].

الخاصية الرابعة: الوسط الحسابي يتأثر بالعمليات الحسابية الأربعة.

إذا كان هناك مجموعة من المفردات وكان وسطها الحسابي ($\overline{س}$) وقمنا بتعديل المفردات حسب العلاقة التالية ص = أس+ ب [بمعنى أن كل مفرده (س) عدّلت وذلك بضربها بالعدد (أ) ثم جمع العدد (ب) إلى ناتج الضرب] في هذه الحالة تصبح المفردات بعد التعديل لها وسط جديد ويكون دائماً الوسط الجديد (بعد التعديل) هو حاصل ضرب القديم ($\overline{س}$) في (أ) ثم جمع (ب) إلى الناتج أي أن :

$\overline{ص}$ = (أ×$\overline{س}$) + ب حيث : $\overline{ص}$: الوسط الحسابي بعد التعديل

$\overline{س}$: الوسط الحسابي قبل التعديل.

أ ، ب: أعداد حقيقية

وللتحقق من الخاصية الرابعة تابع المثال التالي:

المفردات الأصلية (س)	تعديل المفردات حسب العلاقة ص= 3س+5 المفردات بعد التعديل (ص)	الوسط الحسابي قبل التعديل $\overline{س}$	الوسط الحسابي بعد التعديل $\overline{ص}$
3، 2، 5، −1، 1	تعديل (3) : (3×3)+5=14 تعديل (2) : (2×3)+5=11 تعديل (5) : (5×3)+5=20 تعديل (−1) : (−1×3)+5=2 تعديل (1) : (1×3)+5=8	$\frac{3+2+5+-1+1}{5}$ = 2 $\overline{س}$ = 2	$\frac{14+11+20+2+8}{5}$ = $\frac{55}{5}$ = 11 $\overline{ص}$ = 11

لاحظ العلاقة بين $\overline{س}$ =2، $\overline{ص}$ =11 [11 هي ناتج ضرب (2) في 3 ثم جمع (5) إلى الناتج.

أي أن $\overline{ص}$ = (3×$\overline{س}$) +5

مثال: إذا كان لدينا مفردات وسطها الحسابي (20) وتم تعديل المشاهدات بإضافة (6) لكل مشاهدة فما هو الوسط الحسابي الجديد.

الحل: $\bar{س}$ = 20، عملية التعديل = +6 إذن الوسط الجديد = الوسط القديم +6

$\bar{ص}$ = 20+6=26

مثال: مفردات وسطها الحسابي (12) إذا ضربت كل مفرده بالعدد (5) جد الوسط الجديد.

الحل: الوسط الجديد = 12×5= 60

مثال: مفردات وسطها الحسابي (10) عُدّلت المشاهدات حسب العلاقة ص = 5–2 س جد الوسط الحسابي بعد التعديل.

الحل: الوسط بعد التعديل = 5 – (2× الوسط قبل التعديل)

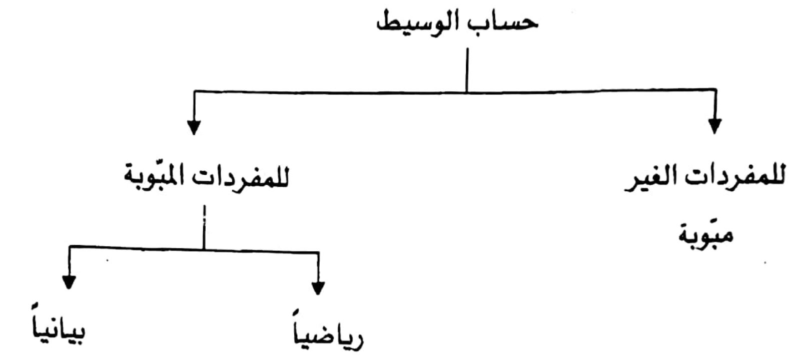
= 5– (2×10) = 5–20=15⁻

مثال: مجموعة من القيم إذا علمت أن إحداهما (5) وتعديلها (11) وأخرى قيمتها(2) وتعديلها (5) بناء على ما سبق أكتب العلاقة الخطية التي جرى عليها التعديل [واجب].[الإجابة هي : ص = 2 س+ 1].

ثانياً: حساب الوسيط

وهو مقياس آخر من مقاييس النزعة المركزية ويمثل: المشاهدة التي تكون التكرارات التي تسبقها تساوي التكرارات التي تليها.

- أو: هو المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها (50٪) من التكرارات حيث أن رمز الوسيط هو (و).



حساب الوسيط للمفردات الغير مبّوبة

مثال: احسب الوسيط للمفردات التالية: 1، 7، 9، 16، 7، 10، 18

أولاً	ثانياً	ثالثاً
نجد ترتيب الوسيط حيث أن ترتيب الوسيط = $\frac{1}{2}$ × (ن+1) حيث ن: عدد المفردات =7 الترتيب = $\frac{1}{2}$ × (7+1)= 4 ترتيب الوسيط = المشاهدة الرابعة	نرتب المشاهدات تصاعدياً أو تنازلياً 1، 7، 7، 9، 10، 16، 18	ن ∋ فردي ← القيمة بالوسط ن زوجي ← الوسط الحسابي للقيمتين بالوسط في مثالنا ولأن عدد القيم فردي (7) إذن الوسيط هو المشاهدة الرابعة بعد الترتيب 1، 7، 7، 9، 10، 16، 18 ↓ الوسيط الوسيط = 9

مثال: أوجد الوسيط للمفردات : 4، 5، 6، 9، 12، 13، 16، 20

الحل: ترتيب الوسيط = $\frac{1}{2}$ × (ن +1) = $\frac{1}{2}$(8+1) = 4.5 (المشاهدة الرابعة والتي تليها).

نرتب تصاعدياً: 4، 5، 6، 9، 12، 13، 16، 20 (القيم مرتبة أصلاً)

$$\text{الوسيط} = \frac{12+9}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$$

تمرين : احسب الوسيط للمفردات : 2، 7، 9، 11، 1، 0، 25، 17، 16، 41، 32

(الإجابة : الوسيط = 11)

حساب الوسيط للمفردات المبّوبة

أولاً: حساب الوسيط للمفردات المبّوبة بالطريقة الرياضية.

مثال: احسب الوسيط للجدول التكراري :

فئات	10–14	15–19	20–24	25–29	المجموع
تكرار	4	8	5	3	20

أولاً: نجد جدول التكرار الصاعد

الحدود الفعلية العليا	التكرار الصاعد
أقل من 9.5	صفر
أقل من 14.5	4
أقل من 19.5	12
أقل من 24.5	17
اقل من 29.5	20

ثانياً: رتبة الوسيط

الرتبــــة = $\frac{1}{2}$ × مجمـــــوع التكرارات

رتبــة الوســـيط = $\frac{1}{2} \times 20$

=10

ثالثاً: نحسب الوسيط

الوســـيط : الحـــد الفعلـــي العلـــوي المقابـــل للتكرار الذي يحمل رتبة الوسيط.

لاحظ لا يوجد حد يقابله تكرار تراكمي قيمته (10)

الحد الفعلي العلوي	تكرار تراكمي
14.5	4
الوسيط = و	10
19.5	12

$$\frac{19.5-14.5}{\text{و}-14.5}=\frac{12-4}{10-4}$$

$$\frac{5}{\text{و}-14.5}=\frac{8}{6}$$

$$30 = 8(\text{و}-14.5)$$

$$\frac{30}{8}=\text{و}-14.5 \Leftrightarrow \text{و}=\frac{30}{8}+14.5$$

$$\text{و}=18.25$$

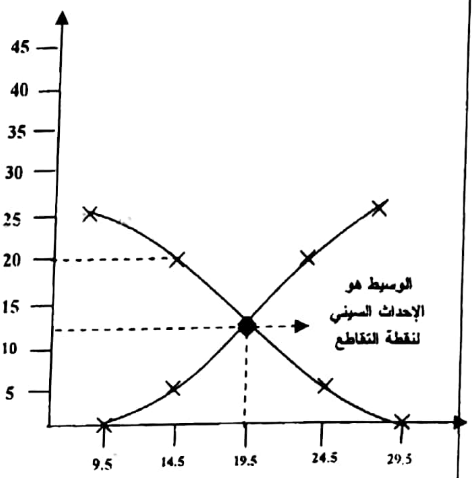
مثال (2): أوجد الوسيط للجدول التكراري :

فئات	10–14	15–19	20–24	25–29	المجموع
تكرار	4	8	9	3	24

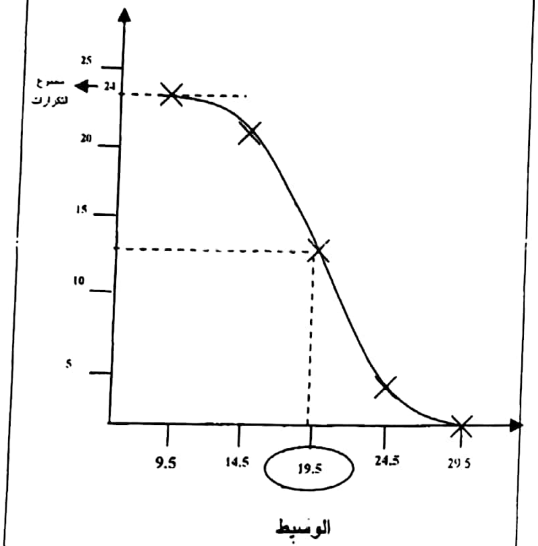
<table dir="rtl">
<tr><th>أولاً: الجدول التكراري الصاعد</th><th>ثانياً : رتبة الوسيط</th><th>ثالثاً: الوسيط</th></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><th>الحدود الفعلية العليا</th><th>التكرار الصاعد</th></tr>
<tr><td>أقل من 9.5</td><td>صفر</td></tr>
<tr><td>أقل من 14.5</td><td>4</td></tr>
<tr><td>أقل من 19.5</td><td>12</td></tr>
<tr><td>أقل من 24.5</td><td>21</td></tr>
<tr><td>أقل من 29.5</td><td>24</td></tr>
</table>
</td><td>
رتبة الوسيط = $\frac{1}{2}$ × مجموع التكرارات
رتبة الوسيط = $\frac{1}{2}$ × 24 =12
</td><td>
الوسيط : الحد الفعلي العلوي المقابل للتكرار التراكمي المساوي في القيمة (رتبة الوسيط) = 12
الحد الفعلي المقابل لـ 12 = 19.5
الوسيط = 19.5
الفئة الوسيطية = 19.5 –24.5
</td></tr>
</table>

ثانياً: حساب الوسيط للمفردات المبّوبة بالطريقة البيانية.

1) رسم المنحنى الصاعد والنازل وإيجاد نقطة التقاطع



2) رسم المنحى الصاعد أو النازل وإيجاد الوسيط من الرسم



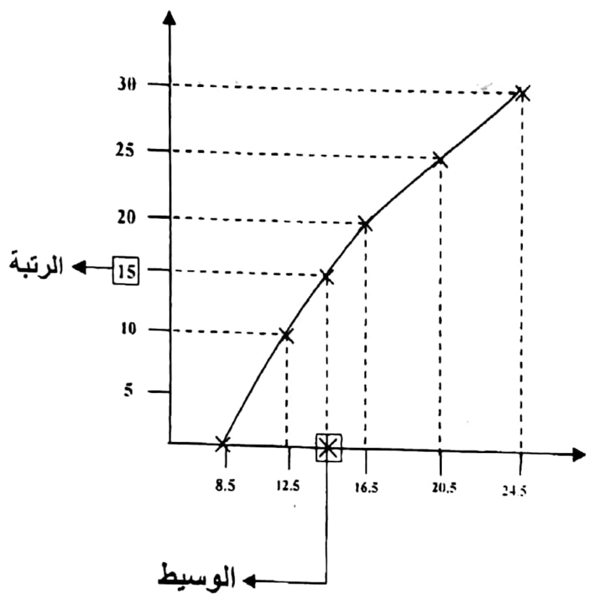
رتبة الوسيط = $\frac{1}{2} \times \sum$ ت = $\frac{1}{2} \times 24 = 12$

مثال: الشكل المجاور يمثل توزيع تكراري ممثل بالمضلع الصاعد اعتمد عليه في إيجاد الفئة الوسيطية

الحل: رتبة الوسيط = $\frac{1}{2}$ × مجموع التكرارات

$= \frac{1}{2} \times 30 = 15$

الفئة الوسيطية : 12.5–16.5



ثالثاً: حساب المنوال

أولاً: حساب المنوال للمفردات الغير مبّوبة (م)

وهو المشاهدة الأكثر تكراراً ويمكن أن يكون للبيانات أكثر من منوال وإذا لم يكن هناك بيانات مكررّة إذن لا يوجد منوال.

مثال: احسب المنوال لكل من المفردات التالية

1، 1، 2، 2، 3، 3، 4، 4	1، 2، 3، 4، 5، 5، 7	1، 1، 2،2، 4، 5	1، 2، 3، 4، 5
لاحظ أن كل مشاهدة مكررة مرتين وبالتالي لا يوجد قيمة مكررة أكثر من باقي المشاهدات لذا لا يوجد منوال	لاحظ أن (5) هي أكثر المشاهدات تكرار إذن المنوال =5	لاحظ أن المشاهدات 1، 2 هي الأكثر تكراراً حيث تكررت كل منها مرتين إذن هناك منوالين للمفردات المنوال = 2،1	كل مشاهده تكررت مرة واحدة ولا يوجد مشاهدة تكررت أكثر من غيرها إذن لا يوجد منوال.

ثانياً: حساب المنوال للمفردات المبّوبة

طرق حساب المنوال للجداول

- الطريقة العامة
- الفروق لبيرسون
- الرافعة
- الطريقة الهندسية

مثال: احسب المنوال بكل من الطرق التالية للتوزيع التكراري التالي

فئات	20–24	25–29	30–34	35–39	40–44	المجموع
تكرار	7	9	20	8	6	50

أولاً: بالطريقة العامة.

ثانياً: بطريقة الفروق بيرسون.

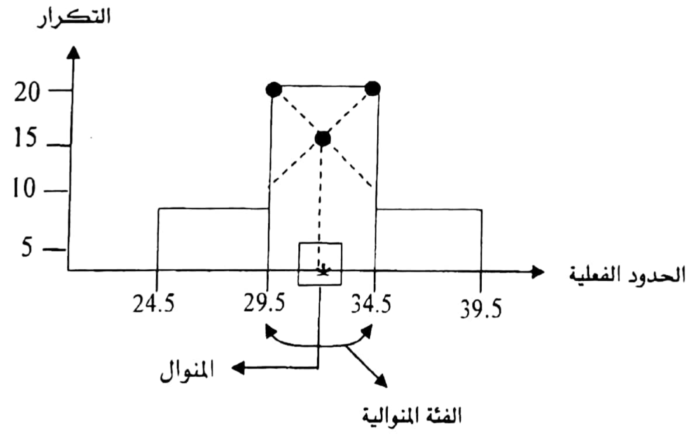
ثالثاً: بطريقة الرافعة.

رابعاً: بالطريقة الهندسية.

1) الطريقة العامة	2) طريقة الفروق لبيرسون	3) طريقة الرافعة
المنوال = مركز الفئة الأكبر تكرار المنوال = مركز الفئة 30- 34 $= \frac{34+30}{2} = 32$ المنوال = 32 الفئة المنوالية: الفئة التي تقابل أكبر تكرار = 30- 34	المنوال = الحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية+ ($\frac{\text{ف}1}{\text{ف}1+\text{ف}2}$ × طول فئة المنوال) الفئة المنوالية: 30- 34 طول الفئة المنوالية = 34 -30+1=5 الحد الأدنى الفعلي = 29.5 ف1 = الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة السابقة لها. ف1 = 20-9=11 ف2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة اللاحقة لها. ف2 = 20-8=12 المنوال = 29.5+ ($\frac{11}{12+11}$ ×5) المنوال = 31.9 =32	المنوال = الحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية+ ($\frac{\text{ك}2}{\text{ك}1+\text{ك}2}$ × طول فئة المنوال) الفئة المنوالية: 30- 34 طول الفئة المنوالية = 34 -30+1=5 الحد الأدنى الفعلي = 29.5 ك1 = تكرار الفئة السابقة للفئة المنوالية. ك1 = 9 ك2+ تكرار الفئة اللاحقة للفئة المنوالية ك2=8 المنوال = 29.5+ ($\frac{8}{8+9}$ ×5) المنوال = 31.9 =32 المنوال = 32

4) بالطريقة الهندسية :

ويتم رسم المدرج التكراري ونمثل فيه الفئة المنوالية وما قبلها وما بعدها ونعين على الرسم .



العلاقة ما بين الوسط والوسيط والمنوال

1) في التوزيعات وحيدة المنوال لوحظ علاقة خطية تربط بين مقاييس النزعة المركزية وهي علاقة ليست دقيقة ولكنها تقريبية.

(الوسط الحسابي – المنوال) = 3 (الوسط الحسابي – الوسيط)

$(\overline{س} - م) = 3 (\overline{س} - و)$

وبالكلمات : بعد الوسط عن المنوال ثلاثة أمثال بعد الوسط عن الوسيط.

في توزيع وحيد المنوال ملتو التواء بسيط كان الوسط = 30 وكان الوسيط = 28 أوجد المنوال	إذا كان الوسط الحسابي لتوزيع أحادي المنوال (50) وكان المنوال (م) = 40 جد الوسيط	إذا كان (م) لتوزيع أحادي المنوال (20) وكان الوسيط = 35 أوجد الوسط الحسابي ($\overline{س}$)
$\overline{س}$ = 30، و = 28، م=؟؟ $\overline{س}$ - م=3 ($\overline{س}$ - و) 30- م= 3 (30- 28) 30- م= 6 ↔ م = 24	الوسيط = و = 46.6	الوسط = $\overline{س}$ = 42.5

2) جميع مقاييس النزعة المركزية تتأثر بالتحويلات الخطية:

فإذا عدّلت البيانات (س) وفق المعادلة ص = أس+ ب حيث ص : المشاهدة بعد التعديل، س = المشاهدة قبل التعديل، أ ،ب ∋ ح فإن.

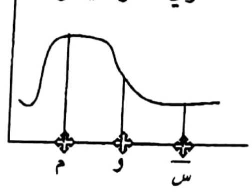
مقاييس النزعة المركزية بعد التعديل = (أ× مقاييس النزعة قبل التعديل) +ب

مثال: مجموعة بيانات فيها (س̅ = 20 ، و= 25 ، م=22) وعدلت قيم (س) لتصبح (ص) وفق المعادلة: ص = 2.5س + 5 أوجد كل من الوسط، الوسيط، المنوال بعد التعديل.

الوسط بعد التعديل (ص̅)	الوسيط بعد التعديل (و̅)	المنوال بعد التديل (م̅)
ص̅ = (أ× س̅) + ب	و̅ = (أ×و) + ب	م̅= (أ×م) +ب
ص̅ =(2.5× 20) +5	و̅ + (2.5 × 25) + 5	م̅ = (2.5 × 22) + 5
ص̅ = 55	و̅ = 67.5	م̅ = 60

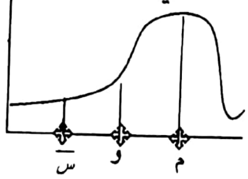
3) في التوزيعات أحادية المنوال ينتج

ملتوي نحو اليمن



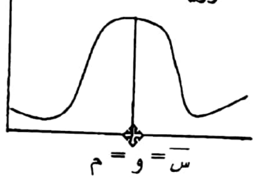
منوال ≥ وسيط ≥وسط

ملتوي نحو اليسار



وسط ≥ وسيط≥ منوال

توزيعات متماثلة



المنوال = الوسيط = الوسط

المئينات والرتب الميئنية والعشيرات والربيعيات

أولاً : إيجاد الميئينات والعشيرات والربيعات والرتب المئينة للمشاهدات.

مثال : اعتمد على المفردات: 2، 7 ، 9 ، 11، 1، 0، 25، 17، 16، 32، 41 في الإجابة عن كل مما يلي.

أ- المئيتات.

- المئين (ك) : المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها (ك٪) من التكرارات ونرمز له بالرمز مك امقياس يتم بموجبه تقسم البيانات إلى 100 جزء متساوية لذا يوجد (99) مئين (م 0 إلى م 99) .

أوجد المئين (50) م50	أوجد المئين 65 = م65	أوجد المئين 20 = م20	أوجد م 85
م50 = المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها (50٪) من التكرارات 1) ارتب القيم تصاعدياً. 0، 1، 2، 7، 9، 11، 16، 17، 25، 32، 41 2) ترتيب الوسيط = $\frac{50}{100}$ (ن+ 1) = $\frac{50}{100}$ (ن+1) م50 = $\frac{50}{100}$ (11+1) م50 = 6 م 50 = المشاهدة السادسة بعد الترتيب م 50 = 11 م50 = الوسيط	م 65: المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها (65٪) من التكرارات = المشاهدة التي يزيد عنها 35٪ من المشاهدات م65 = $\frac{65}{100}$ × (عدد القيم+1) = $\frac{65}{100}$ × (ن+1) = $\frac{65}{100}$ × (11+1) م65 = 7.8 بين 7 ، 8 م65 = الوسط الحسابي للمشاهدة السابعة والثامنة بعد الترتيب م65 = $\frac{17+16}{2}$ = 16.5	الترتيب = $\frac{20}{100}$ (11+1) = 2و4 بين 2، 3 م20 = الوسط الحسابي للمشاهدة الثانية والثالثة م20 = $\frac{2+1}{2}$ م20 = 1.5	الترتيب = $\frac{85}{100}$ (11+1) = 2 و 10 م85 = وسط المشاهدة العاشرة والحادية عشر م85 = $\frac{41+32}{2}$ م 85 = 36.5

ب- العشيرات والربيعيات

العشيرات

العشير (ل) : المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها ($\frac{ل}{10}$) من مجموع التكرارات = $ع_ل$ = $م_{ل×10}$

[العشير الأول وحتى العشير التاسع]

العشير (ل) = $ع_ل$ = $م_{ل×10}$

مثال : العشر السادس = $ع_6$ = $م_{ل×10}$ = $م_{60}$

الوسيط = العشير الخامس = $ع_5$ = الميئن$_{50}$ = م $_{50}$

الربيعيات

الربيع الأول ($ر_1$): المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها ($\frac{1}{4}$) مجموع التكرارات = الربيع الأدنى = $م_{25}$

الربيع الأوسط ($ر_2$): المشاهدة والتي يقل عنها أو يساويها ($\frac{1}{2}$) مجموع التكرارات = $م_{50}$ = الوسيط

الربيع الثالث ($ر_3$) = الربيع الأعلى = المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها ($\frac{3}{4}$) مجموع التكرارات = م $_{75}$

تمرين ذاتي : اعتمد على المفردات التالية في إيجاد: 3، 5، 6،4،1،2 ، 0

أولاً: $م_{40}$ ثانياً: العُشير السابع ثالثاً: الربيع الأدنى رابعاً: الربيع الأوسط = الوسيط خامساً: المشاهدة التي يزيد عنها 40٪ من المشاهدات.

سادساً: المشاهدة التي يقل عنها أو يساويها ($\frac{8}{10}$) من مجموع التكرارات.

ثانياً: إيجاد المئينات والعشيرات والربيعات والرتب المئينة للمفردات المبّوبة.

مثال: اعتمد على الجدول التكراري التالي في إيجاد

فئات	24 –20	29 –25	34 –30	39 –35	44 –40
تكرار	6	8	10	9	7

أوجد:

1) $م_{20}$ 2) العشير الخامس ($ع_5$) 3) $ع_2$

4) $ع_7$ 5) الربيع الأوسط 6) الربيع الأعلى

7) الرتبة المئينة للمشاهدة (27).

8) للرتبة المئينة للمشاهدة (32).

1) م20	2) ع5 = م50 = الوسيط	3) ع2 = م20
ترتيب م20 = $\frac{20}{100}$ × مجموع التكرارات = $\frac{2}{10}$ × 40 = 8 الحد الفعلي العلوي — تكرار صاعد 24.5 — 6 م20 — 8 29.5 — 14 $\frac{24.5-29.5}{24.5-م_{20}} = \frac{6-14}{6-8}$ $\frac{5}{24.5-م_{20}} \quad \frac{8}{2}$ $\frac{10}{8} = 24.5 - م_{20}$ $م_{20} = 24.5 + \frac{10}{8}$ $م_{20} = 25.8 = 26$	الوسيط = 32.5	م 20 = 26 **4) ع7 = م70** ع7 = 36.7 = 37

6) الربيع الأعلى = $م_{75}$ = [الجواب: $م_{75}$ = 37.8 = 38] تمرين ذاتي

7) الرتبة المئينة للمشاهدة 27

وهنـا يكـون المطلـوب عكـس المئين أي ما هو التكرار التراكمي المقابل للحد الفعلي العلوي 27

الحد الفعلي العلوي	تكرار صاعد
24.5	6
27	ت
29.5	14

$$\frac{24.5-29.5}{24.5-27} = \frac{6-14}{6-ت}$$

$$\frac{5}{2.5} \times \frac{8}{6-ت} \Longleftrightarrow ت - 6 = \frac{2.5\times 8}{5}$$

$$ت - 6 = 4 \Longleftrightarrow ت = 4+6 = 10$$

التكرار التراكمي للمشاهدة 27 =10

الرتبة المئينة للمشاهدة = $\frac{\text{تكرار المشاهدة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ ×100

الرتبة المئينة لـ (27) = $\frac{10}{40}$×100=25٪

أي أن : 25٪ من المشاهدات أقل من أو تساوي (27).

أي أن $م_{25}$ =27

8) الرتبة المئينة للمشاهدة 32

والمطلوب: كم النسبة المئوية للمشاهدات التي تساوي أو أقل من المشاهدة 32 أو:

الحد الفعلي العلوي	تكرار صاعد
29.5	14
32	ت
34.5	24

$$\frac{29.5-34.5}{29.5-32} = \frac{14-24}{14-ت}$$

$$\frac{5}{2.5} \times \frac{10}{14-ت}$$

$$ت - 14 = \frac{10\times 2.5}{5}$$

$$ت - 14 = 5$$

$$ت = 14 + 5 = 19$$

التكرار التراكمي للمشاهدة 32 = 19

الرتبة المئينة للمشاهدة= $\frac{\text{تكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$ ×100

الرتبة المئينة لـ (32) = $\frac{19}{40}$ × 100

= 47.5 ≈ 48٪

أي أن 48٪ من المشاهدات أقل من أو تساوي المشاهدة (32)

جدول الأرقام العشوائية

51772	74640	42331	29044	46621	62898	93582	04186	19640	87056
24033	23491	83587	06568	21960	21387	76105	10863	97453	90581
45939	60173	52078	25424	11645	55870	56974	37428	93507	94271
30586	02133	75797	45406	31041	86707	12973	17169	88116	42187
03585	79353	81938	82322	96799	85659	36081	50884	14070	74950
64937	03355	95863	20790	65304	55189	00745	65258	11822	15804
15630	64759	51135	98527	62586	41889	25439	88036	24034	67283
09448	56301	57683	30277	94623	85418	68829	06652	41982	49159
21681	91157	77331	60710	52290	16835	48653	71590	16159	14676
91097	17480	29414	06829	87843	28195	27279	47152	35683	47280
50532	25496	95652	42457	78547	76552	50020	24819	52984	76168
07136	40876	79971	54195	25708	51817	36732	72484	94923	75986
27989	64728	10744	08396	56242	90985	28868	99431	50995	20507
86181	78949	86601	46258	00477	25234	09903	36574	72139	70185
54308	21154	97810	86764	82869	11785	55261	59009	38714	38723
65541	34371	09591	07889	58892	92843	72828	91341	84821	63886
08263	65952	85762	64236	39238	18776	84303	99247	46149	03229
39817	67906	48236	16057	81812	15815	63700	85915	19219	45943
62257	04077	79443	95203	02479	30763	92486	54083	23631	05325
53298	90276	62545	21944	16580	03878	07516	95715	02526	33537

إحصاء

SHEET II

أ. محمود كمواني

الوحدة الثالثة

مقاييس التشـــتت

محتويات الوحدة	
الرمز	الموضوع
3-1	المدى
3-2	المدى الربيعي
3-3	الانحراف المعياري
3-4	التباين

مقاييس التشتت

- المدى الربيعي ($م_{75} - م_{25}$)
- الانحراف المعياري (الجذر التربيعي للتباين)
- التباين (مربع الانحراف المعياري)

تعريف مفهوم التشتت: إذا كانت مجموعة البيانات متباعدة أو متباينة عن بعضها يقال أنها مشتتة أما إذا كانت البيانات متجانسة وغير متباعدة فيقال أنها غير مشتتة.

ملاحظة: ربما تتساوى المتوسطات (الوسط الحسابى) لأكثر من مجموعة ولكن هذه المجموعات مختلفة كثيراً.

أولاً: حساب مقاييس التشتت للمفردات.

مثال : أوجد مقاييس التشتت للمفردات : 2، 9، 5، 4، 11، 16، 4، 5.

1- المدى = أكبر مشاهدة – أصغر مشاهدة = 16- 2= 14

2- المدى الربيعي = الربيع الأعلى ($ر_3$) – الربيع الأدنى ($ر_1$)

حساب ($ر_3$ = $م_{75}$)

الرتبة = $\frac{75}{100}$ (ن+1)

= $\frac{75}{100}$ (8+1) = 6.75

بعد ترتيب المشاهدات تصاعدياً أو تنازلياً نكون $ر_3$: الوسط الحسابي للمشاهدة السادسة والسابعة

2، 4،4، 5،5، 9، 11، 16

$م_{75} = \frac{11+9}{2} = 10$

حساب ($ر_1$) = $م_{25}$

الرتبة = $\frac{25}{100}$ (8+1)

= 2.25

$م_{25} = \frac{4+4}{2} = 4$

المدى الربيعي = $ر_3 - ر_1$

= 10–4 = 6

نصف المدى الربيعي

= $\frac{ر_3 - ر_1}{2}$

= $\frac{6}{2} = 3$

3- التباين للمفردات : وهناك قانونان يستخدمان لحساب التباين للمفردات:

1) تستخدم عندما تكون المشاهدات كبيره

$$\text{التباين} = \frac{\sum (س - \bar{س})^2}{ن}$$

حيث : ن: عدد المشاهدات

س: المشاهدة

$\bar{س}$: الوسط الحسابي للمفردات

$$= \frac{\sum س}{ن} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

أولاً: نجد $\bar{س} = \left[\frac{16+11+9+5+5+4+4+2}{8}\right]$

$\bar{س} = 7$

س	س - $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^2$
2	-5	25
4	-3	9
4	-3	9
5	-2	4
5	-2	4
9	2	4
11	4	16
16	9	81
	صفر	152

$\text{التباين} = \frac{152}{8} = 19$

2) تستخدم عندما تكون المشاهدات صغيرة

(يمكن تربيع كل قيمة وإيجاد مجموع التربيع)

$$\text{التباين} = \frac{\sum س^2}{ن} - (\bar{س})^2$$

س	$س^2$	
2	4	
4	16	
4	16	
5	25	
5	25	
9	81	
11	121	
16	256	
مجموع	544	

$\text{التباين} = \frac{544}{8} - (7)^2$

$= 68 - 49 = 19$

4- الانحراف المعياري = الجذر التربيعي للتباين = $\sqrt{19}$ = 4.35

ثانياً : حساب مقاييس التشتت للجداول التكرارية

مثال : أوجد مقاييس التشتت للجدول التكراري التالي

فئات	22- 26	27- 31	32- 36	37- 41	42- 46	47- 51
تكرار	9	3	10	8	12	8

أولاً: حساب المدى (3قوانين)

1) المدى =
الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

= 51- 22=29

2) المدى =
الحد الأعلى الفعلي للفئة الأخيرة – الحد الأدنى الفعلي للفئة الأولى.

= 51.5- 21.5=31

Σ

3) المدى =
مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى

= 49- 24 = 25

ثانياً: حساب المدى الربيعي

المدى الربيعي = م75 – م25 = (ر3- ر1)

حساب م 75

الرتبة = $\frac{75}{100} \times \sum$ ت

= $\frac{75}{100} \times 50 = 37.5$

30 ⟵ 41.5

37.5 ⟵ م75

42 ⟵ 46.5

$\frac{30-42}{30-37.5} = \frac{41.5-46.5}{41.5-م75}$

$\frac{12}{7.5} = \frac{5}{41.5-م_{75}}$

$\frac{37.5}{12} = 41.5 - م_{75}$

$م_{75} = 41.5 + \frac{37.5}{12}$

$م_{75} = 44.6$

حساب م25

الرتبة = $\frac{25}{100} \times \sum$ ت

$\frac{25}{100} \times 50$

= 12.5

(أكمل الحمل

عزيزي الطالب)

م25=

المدى الربيعي = م75– م25=

ثالثاً : حساب التباين للجداول التكرارية وهناك أربع طرق [التباين والانحراف المعياري].

القانون الأول | القانون الثاني | الوسط الفرضي | الانحرافات المختصرة

1) التباين بالقانون الأول

$$\text{التباين} = \frac{\sum (س - \bar{س})^2 \times ت}{\sum ت}$$

س : مركز الفئة

$$\bar{س} = \frac{\sum س \times ت}{\sum ت} \quad \text{(وسط للجداول)}$$

$$\bar{س} = \frac{1875}{50} = 37.5$$

س	ت	س×ت	$س - \bar{س}$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})^2 \times ت$
24	9	216	- 13.5	182.25	1640.25
29	3	87	- 8.5	72.25	216.75
34	10	340	- 3.5	12.25	122.5
39	8	312	1.5	2.25	18
44	12	528	6.5	42.25	507
49	8	392	11.5	132.25	158
مجموع	50	1875	-	-	3562.5

$$\text{التباين} = \frac{3562.5}{50} = 71.25$$

2) التباين بالقانون الثاني

$$\text{التباين} = \frac{\sum س^2 \times ت}{\sum ت} - (\bar{س})^2$$

$$\text{حيث } \bar{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$$

$$\bar{س} = 37.5$$

س	ت	$س^2$	$س^2 \times ت$
24	9	576	5184
29	3	841	2523
34	10	1156	11560
39	8	1521	12168
44	12	1936	23232
49	8	2401	19208
مجموع	50	-	73875

$$\text{التباين} = \frac{73875}{50} - (37.5)^2$$

$$= 1477.5 - 1406.25 = 71.25$$

3) التباين بالوسط الفرضي

$$التباين = \frac{\sum (ح^2 \times ت)}{\sum ت} - \left(\frac{\sum (ح \times ت)}{\sum ت}\right)^2$$

ح = س − ف = مركز الفئة − وسط فرضي

لنفرض أن ف = 24

س	ت	ح=س−ف	$ح^2$	ح×ت	$ح^2$×ت
24	9	صفر	0	0	0
29	3	5	25	15	75
34	10	10	100	100	1000
39	8	15	225	120	1800
44	12	20	400	240	4800
49	8	25	625	200	5000
مجموع	50			675	12675

$$التباين = \frac{\sum ح^2 \times ت}{\sum ت} - \left(\frac{\sum (ح \times ت)}{\sum ت}\right)^2$$

$$= \frac{12675}{50} - \left(\frac{675}{50}\right)^2$$

$$= 253.5 - 182.25 = 71.25$$

4) التباين بالانحرافات المختصرة

$$التباين = \left(\frac{\sum ح'^2 \times ت}{\sum ت} - \left(\frac{\sum ح' \times ت}{\sum ت}\right)^2\right) \times ل^2$$

ح = س − ف حيث ف: وسط فرضي

ل = طول الفئة = 29 − 24 = 5

$ح' = \frac{ح}{ل}$

لنفرض أن ف = 24 ، $ل^2 = (5)^2 = 25$

س	ت	ح	ح'	ح'×ت	$ح'^2$	$ح'^2$×ت
24	9	صفر	0	0	0	0
29	3	5	1	3	1	3
34	10	10	2	20	4	40
39	8	15	3	24	9	72
44	12	20	4	48	16	192
49	8	25	5	40	25	200
مجموع	50			135		507

$$التباين = \left(\frac{507}{50} - \left(\frac{135}{50}\right)^2\right) \times 25 = 71.25$$

رابعاً: حساب الانحراف المعياري بنفس الطرق الأربعة مع العلم.

أن الانحراف المعياري = $\sqrt{التباين} = \sqrt{71.25} \approx 8.4$

تمرين شامل : احسب مقاييس التشتت للجدول التالي (تمرين ذاتي)

فئات	5- 9	10- 14	15- 19	20- 24	25- 29	30- 34
تكرار	2	5	6	2	4	1

أولاً : احسب المدى ثانياً : احسب المدى الربيعي (الجواب 12)

ثالثاً : أوجد الانحراف المعياري (العادية ، القانون الثاني، الوسط الفرضي، انحرافات مختصرة) [الجواب : δ = الانحراف المعياري = 7]

أسئلة سريعة على القوانين

1) جدول تكراري فيه التباين = (49) والوسط الحسابي (18) إذا علمت أن مجموع التكرارات يساوي (20) فجد مجموع حواصل ضرب مربع مراكز الفئات بالتكرارات

الحل: التباين = 49

$\bar{\text{س}} = 18$

$\sum \text{ت} = 20$

نوع البيانات = جدول تكراري

المطلوب = $\frac{\sum (\text{س}^2 \times \text{ت})}{\sum \text{ت}}$

بما أن التباين = $\frac{\sum (\text{س}^2 \times \text{ت})}{\sum \text{ت}} - (\bar{\text{س}})^2$ قانون

$49 = \frac{\sum (\text{س}^2 \times \text{ت})}{20} - (18)^2$

$49 + (18)^2 = \frac{\sum (\text{س}^2 \times \text{ت})}{20}$

$\frac{373}{1} = \frac{\sum \text{س}^2 \times \text{ت}}{20}$

$\sum (\text{س}^2 \times \text{ت}) = 373 \times 20$

$= 7460$

2) بيانات مفردة تباينها (25) وعدد حدودها (10) ووسطها الحسابي (15) أوجد مجموع مربعات الحدود

الحل : نوع البيانات : مفردة

التباين = 25

عدد الحدود = ن = 10

$\bar{\text{س}} = 15$

المطلوب = $\sum \text{س}^2$

الحل التباين = $\frac{\sum \text{س}^2}{\text{ن}} - (\bar{\text{س}})^2$

$25 = \frac{\sum \text{س}^2}{10} - (15)^2$

$25 + (15)^2 = \frac{\sum \text{س}^2}{10}$

$\frac{250}{1} = \frac{\sum \text{س}^2}{10}$

$\sum \text{س}^2 = 250 \times 10$

$\sum \text{س}^2 = 2500$

خصائص مقاييس التشتت

1) مقاييس التشتت لا تتأثر بالجمع والطرح وتتأثر بالضرب والقسمة (الضرب والقسمة بالموجب)

قاعدة: لتوضيح 1]

أ- إذا ضربت المشاهدات في القيمة (أ) فإن مقاييس التشتت تتغير وذلك بضرب كل منها بـ |أ|[القيمة المطلقة للعدد أ]

ب- إذا قسمت كل مشاهدة على القيمة (أ) فإن مقاييس التشتت تتغير وذلك بقسمة كل منها على |أ| [القيمة المطلقة للعدد أ].

ج- إذا جمع أو طرح من كل مشاهدة قيمة فإن هذا لا يغير من قيمة مقاييس التشتت للمفردات بعد التعديل.

د- التباين وحده يتأثر بمربع العدد المضروب أو المقسوم.

التباين الجديد = التباين القديم × (العدد)^2

1) مشاهدات انحرافها المعياري (6) أضفنا (5) إلى كل مشاهدة احسب الانحراف المعياري الجديد والتباين	2) مشاهدات انحرافها المعياري (9) ضربنا كل مشاهدة بالعدد (5) أوجد الانحراف المعياري والتباين الجديد.
الانحراف القديم = 6 بما أن التعديل إضافة إذن لن يتأثر الانحراف الجديد الانحراف الجديد= القديم = 6	الحل : الإنحراف الجديد = القديم ×5 = 9×5= 45 التباين القديم = (الإنحراف القديم)^2 =(9)^2=81 التباين الجديد = 81× (5)^2 = 2025
3) مشاهدات، التباين لها (81) أثرنا على المشاهدات بضرب جميع البيانات بالعدد (- 5) ما هو التباين الجديد	4) مفردات انحرافها المعياري (4) أثرنا على المفردات حسب العلاقة: ص = - 5 +9س جد الانحراف الجديد. العلاقة: الضرب في (9) ثم جمع (- 5) تؤثر لا تؤثر الانحراف الجديد = القديم × 9 = 4×9 = 36
التباين الجديد = القديم × (|-5|)^2 = 81×25 = 2025	ملاحظة : الانحراف المعياري دائماً موجب.
5) بيانات المدى الربيعي لها (6) أثرنا على البيانات بالعلاقة ص = - 2 س + 5 جد المدى الربيعي الجديد. المدى الربيعي الجديد=	